МБОУ Инзенская СШ №1 имени Ю.Т. Алашеева

Проект

«Удивительный мир чисел»

Работу выполнили

учащиеся 5 класса А

Руководитель проекта:

 Ёлчева Н.Л.

2014 г.

|  |
| --- |
| ***Руководитель проекта*** |
| Ф.И.О. | Ёлчева Нина Леонидовна |
| Регион | Ульяновская область |
| Населённый пункт, где находится школа | Город Инза |
| Название школы | МБОУ Инзенская СШ №1 |
| *Описание проекта* |
| ***Тема учебного проекта*** |
| «Удивительный мир чисел» |
| ***Краткое содержание проекта*** |
| История возникновения чисел, как люди научились считать; линейные числа, фигурные числа, совершенные числа, дружественные числа. |
| **Предмет** |
| Математика |
| **Класс** |
| 5 класс |
| **Продолжительность проекта** |
| 3 недели |
| ***Основа проекта*** |
| Образовательные стандарты |
| **Овладение** системой математических знаний и умений, необходимых для применения в практической деятельности, изучение смежных дисциплин.**Интеллектуальное развитие**, формирование качеств личности, необходимых человеку для полноценной жизни в современном обществе: ясность и точность мысли, критичность мышления, логическое мышление, элементы алгоритмической культуры, пространственных представлений, способность преодолевать трудности.**Воспитание** отношения к математике как к части общечеловеческой культуры, понимание значимости математики для научно-технического прогресса. |
| ***Дидактические цели, ожидаемый результат*** |
| В результате работы над проектом учащиеся смогут определять простые и составные числа, совершенные числа, дружественные и фигурные числа, называть удивительные свойства чисел. Будут знать имена великих математиков: Пифагор, Евклид, Эратосфен, Архимед. Научатся проводить фокусы с числами, разгадывать ребусы и головоломки, загадки с числами, строить фигурные числа. |
| ***Вопросы, направляющие проект*** |
| *Основополагающий вопрос* | Что есть число? |
| *Прблемные вопрсы* | 1. Существует ли связь между понятием числа и геометрической фигурой?
2. Какие существуют классификации фигурных чисел?
3. Существует ли самое большое число?
 |
| *Учебные вопросы* | - Назвать определение фигурного числа.- Установить виды фигурных чисел.- Каковы закономерности процесса построения фигурных чисел?- Какие числа называются совершенными?- Какие числа называются дружественными? |
| ***Оценивание работы учащихся*** |
| *До работы над проектом* |
| - Формирующее оценивание стартовых знаний в форме фронтальной беседы, вводной презентации учителя.- Список тем исследования.- Критерии оценивания исследований учеников. |
| *Ученики работают над проектом и выполняют задания.* |
| - Оценивание работы учеников по предложенным дидактическим материалам.- Обсуждение предварительных результатов в каждой группе.- Консультация учителя.- Работа с дидактическим материалом. |
| *После завершения работы над проектом* |
| *- Самооценка работы группы.**- Представление результатов работы групп в виде презентации.**- Выступление на уроке-конференции.**- Рефлексия.* |
| ***Описание методов оценивания*** |
| Работа над проектом начинается с того, что в ходе презентации учителя выясняются знания учащихся по данной теме, учащиеся мотивируются на проведение исследований в проекте, определяются темы исследований. Учитывая требования стандарта, составляются критерии оценивания будущих работ учащихся, по которым происходит контроль и самоконтроль в группах. Перед началом работы учащиеся знакомятся с данными критериями. В ходе работы группы заполняют таблицу продвижения по проекту, обсуждают полученные результаты, сверяют полученные результаты с критериями. Для глубокого осмысления темы для учащихся разработаны дидактические материалы. После завершения работы заполняются листы самооценки работы группы, создаётся презентация, отражающая результаты исследований и полученные выводы. Проводится урок-конференция, на котором заслушиваются выступления учащихся с итогами своей работы. Здесь оценивается глубина проведённого исследования, краткость и ёмкость формулировок, умение логично представлять ход и результаты исследования, убедительно аргументировать свою точку зрения, задавать вопросы, активность. В ходе выступления учащиеся демонстрируют результаты своей деятельности - презентации и публикации. В завершении конференции коллективно обсуждаются выводы, служащие ответом на основополагающий вопрос проекта. По итогам проекта осуществляется индивидуальная рефлексия. |
| *Предварительные знания, умения и навыки.* |
| Первоначальные навыки поиска информации в Интернете, исторической и учебной литературе, навыки осмысленного чтения. Первоначальные навыки работы в текстовом редакторе и Power Point. |
| ***Учебные мероприятия*** |
| **1 занятие.**- Знакомство с проектом.- Деление учащихся на группы.- Задания по группам: I группа – возникновение чисел, линейные числа, простые и составные числа, решето Эратосфена.II группа – фигурные числа, их классификация; совершенные и дружественные числа.III группа – подготовить числовые фокусы, числовые кроссворды, головоломки и ребусы с числами.**2 занятие.**Рассказ о простых и составных числах. Рассказ о способе отыскания простых чисел – «Решето Эратосфена»**3 занятие.**Рассказ о дружественных , фигурных и совершенных числахПрактическая работа по построению фигурных чисел.**4 занятие.**Практическое занятие на логику и смекалку.**5 занятие.**Защита рефератов ( 1 группа )Показ презентаций ( 2 группа )Демонстрация альбома с числовыми фокусами, кроссвордами, головоломками, ребусами ( 3 группа ). |
| **Создание комфортных условий для дифференцированного обучения** |
| *Возможности для учеников* |
| Работа в группах позволяет ученикам выбрать для себя роль в соответствии со склонностями и интересами, чтобы быть успешным и внести свой вклад в итоговую работу:- анализ источников;- поиск и обработка необходимой информации по теме проекта;- поиск и подготовка к представлению иллюстративного материала по теме проекта;- организация и проведение совместного обсуждения результатов работы ;- обработка результатов и представление их средствами компьютерных технологий;- подготовка и проведение устной презентации работы группы. |
| *Одарённые ученики* |
| В ходе работы над проектом возможны различные пути изучения материала, которые могут выбрать сами ученики. Школьники, заинтересованные в более глубоком изучении математики, могут выйти за рамки выполняемых учебных задач, провести дополнительные исследования и расширить поле деятельности проекта. |
| *Ученики, испытывающие трудности в обучении* |
| В работе над проектом ученики выполняют доступные для себя, чётко определённые задачи на основе продуманного алгоритма действий. Они имеют возможность воспользоваться помощью других участников группы, проконсультироваться с учителем. Такие ученики должны почувствовать свою значимость в общем деле, почувствовать, что они могут быть успешными. |
| ***Материалы и ресурсы, необходимые для выполнения проекта*** |
| Технологии – цифровые устройства |
| - компьютер;- сеть интернет;- принтер;- проектор. |
| Технологии – программное обеспечение |
| - электронные энциклопедии;- мультимедийные программы;- текстовый редактор. |

***Пифагор***

 Числа древними греками, а вместе с ними Пифагором и пифагорейцами мыслились зримо, в виде камешков, разложенных на песке или на счетной доске - абаке. По этой причине греки не знали нуля, так как его невозможно было "увидеть". Но и единица еще не была полноправным числом, а представлялась как некий "числовой атом", из которого образовывались все числа. Пифагорейцы называли единицу "границей между числом и частями", то есть между целыми числами и дробями, но в то же время видели в ней "семя и вечный корень". Число же определялось как множество, составленное из единиц. Особое положение единицы как "числового атома", роднило ее с точкой, считавшейся "геометрическим атомом". Вот почему Аристотель писал: "Точка есть единица, имеющая положение, единица есть точка без положения". Таким образом пифагорейские числа в современной терминологии - это натуральные числа. Числа-камешки раскладывались в виде правильных геометрических фигур, эти фигуры классифицировались. Так возникли числа, сегодня именуемые фигурными. Итак, ***фигу́рные чи́сла*** — общее название чисел, геометрическое представление которых связано с той или иной геометрической фигурой



1. ***Линейные числа***

 Линейные числа - самые простые числа, которые делятся только на единицу и на самих себя и вследствие этого могут быть изображены в виде линии, составленной из последовательно расположенных точек. Примером линейного числа является - число 5

( л и н е й н о е ч и с л о 5 )

 Эти числа называются простыми. Более двух тысяч лет назад в Греции знаменитый математик Эратосфен придумал очень остроумный способ выискивать простые числа. Он предложил для этого применять особое решето, сквозь которое все ненужные числа будут просеиваться, а все нужные – простые - оставаться.

 Чудесное решето назвали ***решетом Эратосфена***. А действует оно следующим образом.

 Запишем все числа, начиная с двойки, по порядку:

2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20; 21; 22; . . .

Такой ряд чисел называется натуральным рядом. Выбросим из этого ряда те числа, которые, которые наверняка не являются простыми, то есть делятся не только на себя, но и на другие числа. Сначала отбросим те числа, которые делятся на два. Затем отсеем те числа, которые делятся на три. Всё меньше и меньше остаётся чисел в решете. А дальше выбросим все числа, которые делятся на 5, потом те, что делятся на 7 и так далее. Так постепенно из ряда натуральных чисел будут выбывать составные числа, а простые останутся.



 Теперь мы уже знаем очень много простых чисел. Все зачёркнутые числа, кроме 1, являются составными. Число 1 не является простым числом, но оно относится к линейным числам.

1. ***Плоские числа. Телесные числа.***

 Плоские числа – числа, представимые в виде произведения двух сомножителей, (или составные): 4; 6; 8; 10; . . .

 (число 6) (число 10)

Эти числа можно расположить в две линии.

 Телесные числа – числа, представимые в виде произведения трёх сомножителей: 8; 12; 16; 18; . . .

1. ***Многоугольные числа.***

 Выкладывая различные правильные многоугольники, мы получаем разные классы многоугольных чисел. Предположительно от фигурных чисел возникло выражение «Возвести число в квадрат или в куб»

**Треугольные числа.**

 Нарисованные и попарно соединённые три точки создают правильный (равносторонний) треугольник. А если точек четыре – можно ли их расположить аналогичным способом? Оказывается, нет. Пять точек - тоже нет. А вот шесть точек расположить в требуемом порядке уже можно. При этом новый треугольник получается линейным увеличением последнего в три раза. Чтобы впечатление треугольника сохранялось нужно добавить четыре точки. Соответствующий треугольник получается линейным увеличением исходного в три раза.

 Продолжая добавлять точки, будем получать всё новые и новые треугольники.



В приведённых примерах точек сначала было три, потом шесть, затем десять и так далее. Эти числа по вполне понятным причинам называются треугольными. Простейшими из этих чисел являются - !; 3; 6; 10; 15; 21; 28; 36; . . .



***1***

***3=1+2***

***6=1+2+3***

***10=1+2+3+4***

***15=1+2+3+4+5***

***21=1+2+3+4+5+6 и т.д.***

 Любое треугольное число можно представить в виде , где *n* – порядковый номер числа.

 Треугольные числа обладают следующими свойствами:

1. Сумма двух последовательных треугольных чисел даёт полный квадрат – квадратное число.
2. Чётность элемента последовательности меняется с периодом 4: нечётное, нечётное, чётное, чётное, . . .

Подсчитаем с помощью рисунка несколько первых треугольных чисел и составим таблицу.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №п/п | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Треугольное число | 1 | 3 | 6 | 10 | **?** | **?** | **?** |

 А можно ли продолжить таблицу дальше, без помощи рисунков? Сделать это совсем просто, если понять правило, по которому каждое следующее треугольное число получается из предыдущего. Посмотрите на таблицу: третье треугольное число получается, если ко второму прибавить число 3, т. е. его номер; четвертое треугольное число получается добавлением к третьему числу 4 и т. д.

 А можно ли найти какое-нибудь треугольное число, не вычисляя всех предыдущих? Попробуем найти треугольное число под номером 10. Десятое треугольное число равно сумме:

 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 +10.

 Для подсчета этой суммы запишем ее слагаемые в обратном порядке и расположим суммы одна под другой:

 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 +10.

 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 +1.

 Сумма каждой пары, расположенных друг под другом, равна 11. Всего таких сумм 10. Поэтому удвоенная сумма равна 10 · 11. А само треугольное число (10 · 11) : 2 =55.

***Порешаем?***

1. а) Шары укладывают в равносторонние треугольники. В пятнадцатом треугольнике 120 шаров. Сколько шаров в 16 треугольнике? В четырнадцатом?

 б) Заполни указанную часть таблицы

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №п/п | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
| Треугольноечисло |  |  |  | 240 |  |  |  |  |  |

2.

 а) Шары уложили в равносторонний треугольник, в котором 25 рядов. Сколько потребовалось шаров?

 б) Чему равно треугольное число с номером 35? С номером 50? С номером 1000?

 3.

 а) Несколько шаров уложили на плоскости в равносторонний треугольник – остались лишними 3 шара. А когда построили треугольник, сторона которого содержит на 1 шар больше, то не хватило 4 шаров. Сколько было шаров?

 б) Несколько шаров уложили на плоскости в равносторонний треугольник – остались лишними 24 шара. А когда построили треугольник, сторона которого содержит на один шар больше, то не хватило 11 шаров. Сколько было шаров?

 4.

 В каком порядке идут четные и нечетные числа в последовательности треугольных чисел? Четным или нечетным является число с номером 17, 18, 19, 20? Четным или нечетным является число с номером 60, 78, 35?

 5.

 Найдите сумму:

 а) 15-го и 16-го треугольных чисел;

 б) 47-го и 48-го треугольных чисел.

*Желаем успеха!*

 Треугольные числа связаны с именем великого древнегреческого математика и философа Пифагора, который жил в VI в. До н. э. Пифагор использовал квадратные, пятиугольные числа. У него не только плоские фигуры изображали числа. Были также и пирамидальные числа, и кубические …

**Квадратные числа.**

Нарисованные точки образуют правильную геометрическую фигуру – квадрат. Квадратными числами называются числа ряда: 1; 4; 9; 16; 25; 36; 49; 64; 81; 100; . . .

 ******

***1 4 9 16 25***

***1=1х1***

***4=2х2***

***9=3х3***

***16=4х4***

***25=5х5 и т.д.***

 Квадратные числа представляют собой произведение двух одинаковых натуральных чисел, то есть являются полными квадратами.

 *Любое квадратное число можно представить в виде* ******, где *n –* порядковый номер числа.

**Пятиугольные числа.**

Пятиугольные числа - это числа, которые образуют правильный пятиугольник.



 ***1 5 12 22***

 Любое пятиугольное число можно записать в виде ******, где n- порядковый номер числа.

 ***Совершенные числа***

Совершенное число (др.-греч. ἀριθμὸς τέλειος) — натуральное число, равное сумме всех своих собственных делителей (т. е. всех положительных делителей, отличных от самого числа). По мере того как натуральные числа возрастают, совершенные числа встречаются всё реже.

* [6](http://pro-chislo.ru/6) — шесть. Натуральное четное число. Факториал 3!, Регулярное число (Число Хемминга), Совершенное число. В ряду натуральных чисел находится между числами [5](http://pro-chislo.ru/5) и [7](http://pro-chislo.ru/7).

Делители числа **6** **- 1; 2; 3** – собственные делители.

 ***6=1+2+3***

* [28](http://pro-chislo.ru/28) — двадцать восемь. Натуральное четное число. Совершенное число. В ряду натуральных чисел находится между числами [27](http://pro-chislo.ru/27) и [29](http://pro-chislo.ru/29).

Делители числа 28 - 1; 2; 4; 7; 14 - собственные делители.

 ***28=1+2+4+7+14***

* [496](http://pro-chislo.ru/496) — четыреста девяносто шесть. Натуральное четное число. Совершенное число. В ряду натуральных чисел находится между числами [495](http://pro-chislo.ru/495) и [497](http://pro-chislo.ru/497).

Четвёртое совершенное число — 8128,

пятое — 33 550 336,

шестое — 8 589 869 056,

седьмое — 137 438 691 328 . . .
В диапазоне от 1 до 100 всего 2 числа- 6 и 28

 ***Сказка о совершенных числах***

 28 сентября число 28 решило пригласить в гости всех своих делителей, меньших, чем оно само. Первой прибежала единица, за ней двойка, за ней 4; 7; 14. Когда все гости собрались, число 28 увидело, что их немного. Оно огорчилось и предложило, чтобы каждый из гостей привел ещё и своих делителей. (Сколько придет новых гостей?). Единица объяснила числу 28, что новые гости не придут.

 Чтобы утешить число 28 , его гости соединились знаком "+". И, о чудо, сумма оказалась равной самому числу 28! Единица сказала, что всякое число, которое равно сумме своих меньших делителей, называется ***совершенным.*** Число обрадовалось и спросило, какие числа есть ещё совершенные. Всезнающая единица ответила, что совершенных чисел очень мало: среди чисел до миллиона их всего четыре: 6, 28, 496 и число 8128. Известно довольно много четных совершенных чисел, но не известно ни одного нечетного совершенного числа. Также неизвестно, конечно ли количество совершенных чисел. Возьмём совершенное число – 6. На какие числа делится это число? На 1, на 2 и на 3. Теперь сложим эти три числа: 1 + 2 + 3 = 6 Или вот другое совершенное число – 28, – Помните, какие у него младшие делители – 1, 2, 4, 7 и 14. Сложим их: 1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28. Значит, совершенные числа равны сумме всех своих младших делителей. К сожалению, совершенных чисел всего двадцать четыре: 6, 28, 496,8128, 130 816… Дальше они растут всё быстрее и быстрее, а вычислять их всё сложнее и сложнее. Может быть вам доведётся найти новое совершенное число.

***Дружественные числа***

 Дружественные числа – это пара чисел, обладающих таким свойством: сумма собственных делителей (не считая самого числа) первого из них равна второму числу, а сумма собственных делителей второго числа равна первому числу.

 Они открыты древнегреческими учеными - последователями Пифагора. Недаром знаменитый греческий математик Пифагор сказал: «Друг – это второе я!» – и при этом сослался на числа 220 и 284. Они замечательны тем, что каждое из них равно сумме младших делителей другого числа. Какие делители у числа 284?

 1, 2, 4, 71, 142.

 А у числа 220 делители:

 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55, 110.

 Попробуем сложить делители каждого числа:

 1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220,

1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284.

 Вот почему эти числа называются дружественными. Пифагорейцы знали только одну пару дружественных чисел: 220 и 284. Вторая дружественная пара (1184 и 1210) была найдена в 1867 году шестнадцатилетним итальянцем Б. Паганини. Пары дружественных чисел образуют последовательность: 220, 284, 1184, 1210, 2620, 2924, 5020, 5564, 6232, 6368, …

 ***Две стихии господствуют в математике - числа и фигуры с их бесконечным многообразием свойств и взаимосвязей. Само возникновение понятия числа - одно из гениальнейших проявлений человеческого разума. Действительно, числа не только что-то измеряют. Числа сравнивают и вычисляют, рисуют и проектируют, сочиняют и играют, делают умозаключения и выводы***